

Проблем 1. Вил Рогерс

Шилл Рогерс феномен се добија када се елемент из једног скупа пребаци у други, при чему се средње вредности оба скупа повећају. Базиран је на цитату Вила Рогера:

Када су Окие (доморовци) напустиле Оклахому и преселили се у Калифорнију, подигли су просећан ниво интелигенције у обе државе.

Дата су два скупа природних бројева a и b величине n односно m . Наћи број елемената скупа a који пребацивањем у скуп b повећавају просечу вредности оба скупа.

Улаз. (Улазни подаци се учитавају са стандардног улаза.) У првом реду стандардног улаза налазе се два природна броја n и m ($2 \leq n, m \leq 5000$). Наредна два реда садрже по n и m природних бројева који представљају елементе низова a и b , редом. Елементи низова су из сегмента $[1, 1000]$.

Изназ. (Изназни подаци се исписују на стандардни излаз.) У првом и једином реду стандардног излаза исписати траени број.

Пример 1.

standardni ulaz	standardni izlaz
3 3	1
6 5 4	
1 2 3	

Објашњење. Једини елемент који задовољава услове је број: 4.

Решење. Проблем се показао као један од лакших на квалификацијама. Овде ћемо изнети два могућа приступа проблему:

- Означимо са $sumA$ и $sumB$ средње вредности скупова a односно b . Пребацивањем елемента $a[i]$ из скупа a у скуп b , добијамо да је сума елемената скупа a једнака $sumA - a[i]$, док је сума новог скупа b једнака $sumB + a[i]$. Број елемената скупа a се смањило за један а скупа b повећао за један. На овај начин уколико само упоредимо нове средње вредности са старим (које можемо на почетку иницијализовати), можемо једноставно утврдити да ли елемент $a[i]$ остварује горе описани феномен. Овде треба водити рачуна при упоређивању средњих вредности односно дозволити мало одступање.
- Претпоставимо да се пребацивањем елемента $a[i]$ из скупа a у скуп b повећавају средње вредности. Тада имамо да је

$$\frac{sumA}{n} < \frac{sumA - a[i]}{n - 1} \Rightarrow (n - 1)sumA < n \cdot sumA - n \cdot a[i] \Rightarrow a[i] < \frac{sumA}{n} = avgA$$

Слично добијамо да се средње вредност повећала у скупу b ако је $a[i] > avgB$. Одавде добијамо да је потребан и довољан услов да елемент $a[i]$ доводи до феномена заправо

$$avgB < a[i] < avgA$$

Тестирање. Тестирање решења се вршило над корпусом од 11 тест примера. Вредност сваког примера је 10 поена. Мањи део података је генерисан ручно, а други део алгоритамски:

- Иницијализација елемената са дозвољеним одступањем од средњих вредности
- Случајно генерисање низова
- Низови са јако великим одступањем у величини елемената
- Специјални случајеви (средње вредност припадају супротним низовима, једнаки елементи...)

Рб	Опис алгоритма	Сложеност	Број поена
01	Линеарани алгоритам	$O(n)$	100
02	Квадратни алгоритам	$O(n^2)$	50
02	Мала прецизност	$O(n)$	60

Table 1: Очекивани број поена у зависности од алгоритма

Аутор:
Андреја Илић,
Природно математички факултет, Ниш