
Проблем 3. Upiti

Дат је низ од n бројева. Над низом се извршавају, један за другим, m упита једног од следећа два типа:

- 1 i - сече тренутни низ после i -тог елемента и затим други део низа (од $(i + 1)$ -вог елемента до краја) ставља на почетак, при чему се добија нови низ од n елемената. Нпр. за низ 5 3 10 8 8, упит '1 2' даје 5 3 | 10 8 8 \rightarrow 10 8 8 | 5 3 \rightarrow 10 8 8 5 3.
- 2 j - треба одговорити који се број налази на j -тој позицији у тренутном низу.

Одговорити на све упите типа 2.

Улаз. (Улазни подаци се налазе у датотеци `upiti.in`) У првом реду улазне датотеке налазе се 2 природна броја n и m који представљају, редом, број елемената низа и број упита ($1 \leq n, m \leq 10^5$). Следећи ред садржи n целих бројева - елементе низа у датом редоследу (сви елементи су из $[0, 10^9]$). Следећих m редова садрже упите већ описаног формата: ' a b ' где је $a \in \{1, 2\}$ и $1 \leq b \leq n$. Упити се извршавају у редоследу датим на улазу.

Излаз. (Излазне податке уписати у датотеку `upiti.out`) За сваки упит типа 2 из улазне датотеке исписати у нови ред излазне датотеке одговор на тај упит (одговоре исписивати у одговарајућем редоследу). Постојаће бар један упит типа 2.

Пример 1.

<code>upiti.in</code>	<code>upiti.out</code>
5 4	10
5 3 10 8 8	8
2 3	
1 2	
1 4	
2 3	

Објашњење. На трећој позицији у почетном низу је број 10. После два сечења низ постаје 3 10 8 8 5. На трећој позицији у овом низу је број 8.

Напомена. У 30% тест примера биће $n, m \leq 10^3$.

Решење. Тривијално решење за овај проблем је да симулирамо сваки упит сечења тако што ћемо користити помоћни низ и копирати сваки елемент посебно: сегмент $[1, i]$ почетног низа у сегмент $[n - i + 1, n]$ и сегмент $[i + 1, n]$ у $[1, n - i]$. Сложеност овог решења је $O(mn)$ и доноси око 30 поена.

Међутим, није тешко приметити да применом произвољног броја сечења на почетни низ, увек добијамо неку његову цикличну пермутацију, тј. ако посматрамо индексе почетног низа, они ће увек бити у распореду

$$k, k + 1, \dots, n - 1, n, 1, 2, \dots, k - 1$$

за неко $k \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Заиста, сечењем после i -тог елемента, пребацивање другог дела низа на почетак можемо да замислимо као пребацивање n -тог елемента на почетак, затим $(n - 1)$ -вог елемента на почетак итд. и, на крају, пребацивање $(i + 1)$ -вог елемента на почетак. Ово није ништа друго до циклично померање низа за $n - i$ места удесно (или за i места улево).

Индексирајмо почетни низ од нуле $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$. На основу претходних запажања, да бисмо имали потпуну информацију о стању низа, довољно је у сваком тренутку памтити индекс низа који је тренутно на првом месту тј. горе поменути k . Означаваћемо га са $startIndex$ (на почетку $startIndex = 0$). Сада, уколико треба сећи низ после i -тог места, имамо да је $startIndex = (startIndex + i) \bmod n$, јер померамо низ циклично за i места улево. Слично, елемент на позицији j у тренутном низу је $a[(startIndex + b - 1) \bmod n]$ (због индексирања од 0).

На овај начин на упите оба типа одговарамо у $O(1)$ па је укупна сложеност овог алгоритма $O(n + m)$.

Тестирање. Тестирање решења се вршило над корпусом од 10 тест примера. Вредност сваког примера је 10 поена.

РБ	Опис алгоритма	Сложеност алгоритма	Број поена
01	Праволинијска симулација сечења	$O(mn)$	30
02	Циклично померање почетног индекса	$O(n + m)$	100

Table 1: Очекивани број поена у зависности од алгоритма

РБ	n	m	Опис
01	8	10	Ручно
02	123	234	Рандом
03	1000	1000	Сечење за, редом, $1, 2, \dots, \frac{n}{2}$
04	20.000	10.000	Пуно упита типа 1 па упити типа 2
05	12.345	54.321	Рандом
06	50.000	60.000	Упити око средине
07	80.500	70.500	90% упита типа 2
08	100.000	100.000	90% упита типа 1
09	100.000	100.000	Рандом
10	100.000	100.000	Наизменично упити 1 и 2

Table 2: Вредности улазних параметара тест примера

Аутор:
Никола Милосављевић
Природно математички факултет, Ниш